Apellidos		**Número de matrícula**	
Nombre		**Calificación**	

Ejercicio 1.1 Formalizar las siguientes frases con un lenguaje de primer orden: *(1,2 puntos)*

Existe un hombre que es más viejo que todos los demás

H(x): x es un hombre, V(x,y): x es más viejo que y

$\exists x(H(x) \land \forall y(H(y) \to V(x,y)))$

El gato es el único animal que tiene 7 vidas

G(x): x es un gato, A(x): x es un animal, T(x): x tiene 7 vidas

$\forall x(A(x) \land T(x) \to G(x))$

Sólo algunos cocineros famosos son también buenos actores

C(x): x es un cocinero famoso, A(x): x es un buen actor

$\neg\forall x(C(x) \to A(x))$

sigue a la vuelta

Ejercicio 1.2. Encontrar, si existe, el unificador de máxima generalidad (UMG) del siguiente par de fórmulas detallando el proceso de obtención. Téngase en cuenta que **α** debe ser la sustitución generada por el algoritmo de unificación de manera progresiva hasta definir el UMG, en el caso de que exista.

(0,5 puntos)

A: P(h(y), y, g(t,t)) B: P(x, f(z), g(z,a)) siendo *x, y, z, t* variables, *a* constante y *f, h, g* funciones

α	Aα	Bα
λ	P(h(y), y, g(t,t))	P(x, f(z), g(z,a))
{x/h(y)}	P(h(y), y, g(t,t))	P(h(y), f(z), g(z,a))
{x/h(f(z)), y/f(z)}	P(h(f(z)), f(z), g(t,t))	P(h(f(z)), f(z), g(z,a))
{x/h(f(z)), y/f(z), t/z}	P(h(f(z)), f(z), g(z,z))	P(h(f(z)), f(z), g(z,a))
{x/h(f(a)), y/f(a), t/a, z/a}	P(h(f(a)), f(a), g(a,a))	P(h(f(a)), f(a), g(a,a))

A y B son unificables y su UMG es {x/h(f(a)), y/f(a), t/a, z/a}

Ejercicio 1.3. Para cada una de las fórmulas siguientes y las posibles formas clausulares que aparecen a continuación, marcar con una X la respuesta que corresponda: *(0,8 puntos)*

$\forall x(\forall y(\forall z A(z) \rightarrow \neg \forall t B(y, t)) \rightarrow \exists y B(x, y))$

- A(z) ∨ B(x, f(x)), B(f(x), t) ∨ B(x, f(x)) ☐ correcta ■ incorrecta
- A(z) ∨ B(x, f(x)), B(y, a) ∨ B(x, f(x)) ☐ correcta ■ incorrecta
- A(z) ∨ B(x, f(x)), B(g(x), t) ∨ B(x, f(x)) ■ correcta ☐ incorrecta
- A(z) ∨ B(x, f(x, z, t)), B(g(x), t) ∨ B(x, f(x, z, t)) ■ correcta ☐ incorrecta

$\forall x \exists y A(x,y) \vee \forall x \exists z B(x,z)$

- A(x, f(x)) ∨ B(y, z) ☐ correcta ■ incorrecta
- A(x, f(x, y)) ∨ B(y, f(x, y)) ■ correcta ☐ incorrecta
- A(x, f(x)) ∨ B(x, g(x)) ☐ correcta ■ incorrecta
- A(x, f(x)) ∨ B(x, a) ☐ correcta ■ incorrecta

Apellidos		**Número de matrícula**	
Nombre		**Calificación**	

Ejercicio 2.1 Definir un modelo y un contramodelo, si es que existen y justificando adecuadamente la respuesta, para la siguiente fórmula en D = {1}: *(1 punto)*

$$\forall x(P(x) \to Q(x)) \to (\exists x P(x) \to \forall x Q(x))$$

Se amplía el lenguaje añadiendo un símbolo de constante "a": i(a)=1

Contramodelo: i(∀x(P(x) → Q(x)))=V y i(∃xP(x) → ∀xQ(x))=F, la segunda parte dan: i(P(a))=V y i(Q(a))=F

Pero con estas primer paréntesis dan falso. No es posible de encontrar un contramodelo en este dominio.

Modelo: i(P(a))=F, i(Q(a))=F

Ejercicio 2.2 Demostrar con análisis semántico que el siguiente razonamiento no es correcto, usando el dominio D = {1, 2}. Indicar de forma explícita y completa: (1) los pasos principales del procedimiento y (2) el resultado final obtenido. Nota: no puede utilizarse el método de resolución.

$$T[\exists x(P(x) \to Q(x)), \neg Q(a), \neg Q(b)] \not\models \exists x \neg P(x)$$ *(1,5 puntos)*

i(a)=1, i(b)=2, y ampliamos el lenguaje con i(c)=3

primera premisa: i(∃x(P(x) → Q(x)))=V sii
i(P(x) → Q(x) {x / a}) = V o bien i(P(x) → Q(x) {x / b}) = V o bien i(P(x) → Q(x) {x / c}) = V sii
i(P(a) → Q(a)) = V o bien i(P(b) → Q(b)) = V o bien i(P(c) → Q(c)) = V sii
[**i(P(a))=F** o bien **i(Q(a)) = V**] o bien [**i(P(b))=F** o bien **i(Q(b)) = V**] o bien [**i(P(c))=F** o bien **i(Q(c)) = V**]
caso 1 caso 2 caso 3 caso 4 caso 5 caso 6

segunda premisa: i(¬Q(a))=V sii **i(Q(a))=F** (condición 7)

tercer premisa: i(¬Q(b))=V sii **i(Q(b))=F** (condición 8)

conclusión negada: i(∃x¬P(x))=F sii i(¬P(x){x/a})=F y i(¬P(x){x/b})=F y i(¬P(x){x/c})=F sii
i(¬P(a))=F y i(¬P(b))=F y i(¬P(b))=F sii **i(P(a))=V** y **i(P(b))=V** y **i(P(c))=V** (condición 9)

Desde condición 9 tenemos que no son posibles casos 1, 3, 5. Desde condición 7 no podemos elegir caso 2 y desde condición 8 no se cumple caso 4, pero podemos elegir caso 6.

Podemos encontrar una interpretación:
i(a)=1, i(b)=2, i(c)=3
$i(P^1)$={ <1>=>V, <2>=>V, <3>=>V}
$i(Q^1)$={ <1>=>F , <2>=>F, <3>=>V }
que cumple las premisas y niega la conclusión entonces no tenemos consecuencia lógica.

Apellidos		**Número de matrícula**	
Nombre		**Calificación**	

Ejercicio 3. Demostrar la siguiente deducción con el cálculo de deducción natural, justificando cada paso y utilizando exclusivamente reglas básicas. *(2,5 puntos)*

$$T\ [\ \exists x\ \forall y\ (\ P(a,y) \rightarrow Q(x,y)\ )\ ]\ \vdash\ \forall y\ (\ P(a,y) \rightarrow \exists x\ Q(x,y)\ )$$

1.	∃x ∀y (P(a,y) → Q(x,y))	premisa
2.	│ P(a,y)	supuesto
3.	│ ∀y (P(a,y) → Q(b,y))	elim ∃ 1
4.	│ P(a,y) → Q(b,y)	elim ∀ 3
5.	│ Q(b,y)	elim → 2, 4
6.	│ ∃x Q(x,y)	int ∃ 5
7.	P(a,y) → ∃x Q(x,y)	int → 2 – 6
8.	∀y (P(a,y) → ∃x Q(x,y))	int ∀ 7

Apellidos		**Número de matrícula**	
Nombre		**Calificación**	

Ejercicio 4. Demostrar por resolución con UMG a partir de C7 (el primer paso de resolución debe ser entre C7 y otra cláusula) que el siguiente conjunto de cláusulas es insatisfacible, justificando adecuadamente cada paso: *(2,5 puntos)*

C1: P(x, y) v ¬R(f(x, y))
C2: P(x, g(x)) v ¬Q(x)
C3: S(h(x, x), x) v ¬T(x, y)
C4: T(a, y)
C5: Q(x) v ¬S(x, a) v ¬R(x)
C6: R(h(a, a))
C7: ¬P(x, g(g(y)))

SOLUCIÓN 1:

Saturación a partir de C7
R1: ¬R(f(x1, g(g(y7))) C1, C7 {x7/x1, y1/g(g(y7))}
Imposible paso de resolución con C6
R2: ¬Q(g(y7)) C2, C7 {x7/g(g(y7)), x2/g(y7)}
R3: ¬S(g(y7), a) v ¬R(g(y7)) R2, C5 {x5/g(y7)}
Imposible paso de resolución con C3 o con C6
No existen más posibilidades

SOLUCIÓN 2:

Modelo sobre D={0,1,2}

i(a)=0, i(b)=1, i(c)=2
$i(h^2)$={<t1, t2>=>0 ∀ t1, t2 ∈ D}
$i(f^2)$={<t1, t2>=>1 ∀ t1, t2 ∈ D}
$i(g^1)$={<0>=>1,<1>=>2,<2>=>2}
$i(R^1)$={<0>}
$i(T^2)$={<0,0>,<0,1>,<0,2>}
$i(Q^1)$={<0>}
$i(P^2)$={<0,1>}
$i(S^2)$={<0,0>}

Más la justificación semántica correspondiente